با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی (۱) پایه دهم
فصل دوم

عنوان فصل: مثلثات

از صفحه‌ی ۲۸ تا صفحه‌ی ۴۶ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل مثلثات آمده است.

مباحث فصل: نسبت‌های مثلثاتی، دایرهٔ مثلثاتی، روابط بین نسبت‌های مثلثاتی

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۳۰ · کار در کلاس — تشابه مثلث‌های قائم‌الزاویه ... ۵

۲ صفحه ۳۰ · فعالیت — نسبت اضلاع و تانژانت ۵

۳ صفحه ۳۱ · فعالیت — تانژانت و کتانژانت در مثلث‌های قائم‌الزاویه ... ۶

۴ صفحه ۳۱ · فعالیت — مثلث متساوی‌الاضلاع و نسبت‌های ۳۰°، ۶۰° و ۴۵° ... ۶

۵ صفحه ۳۲ · کار در کلاس — جدول نسبت‌های مثلثاتی ۳۰°، ۴۵° و ۶۰° ... ۷

۶ صفحه ۳۳ · فعالیت — محاسبهٔ تقریبی نسبت‌ها، مساحت مثلث ... ۷

۷ صفحه ۳۴ · کار در کلاس — طول طناب بالن ۸

۸ صفحه ۳۴ · کار در کلاس — نردبان و پنجره ۹

۹ صفحه ۳۴ · تمرین — ارتفاع درخت ۹

۱۰ صفحه ۳۵ · تمرین — مساحت شش‌ضلعی منتظم ۹

۱۱ صفحه ۳۵ · تمرین — فاصلهٔ فرود هواپیما ۱۰

۱۲ صفحه ۳۵ · تمرین — مساحت مثلث با دو ضلع و زاویهٔ بین ... ۱۰

۱۳ صفحه ۳۵ · تمرین — مساحت مثلث متساوی‌الساقین ... ۱۰

۱۴ صفحه ۳۶ · فعالیت — زاویه‌ها روی دایرهٔ مثلثاتی ۱۱

۱۵ صفحه ۳۶ · فعالیت — سینوس و کسینوس روی دایرهٔ مثلثاتی ... ۱۱

۱۶ صفحه ۳۷ · کار در کلاس — ربع‌های مثلثاتی ۱۲

۱۷ صفحه ۳۷ · کار در کلاس — مثبت بودن نسبت‌ها در ربع اول ... ۱۲

۱۸ صفحه ۳۸ · فعالیت — نسبت‌های مثلثاتی ۹۰°، ۱۸۰° و ۲۷۰° ... ۱۲

۱۹ صفحه ۳۸ · کار در کلاس — جدول نسبت‌های زاویه‌های مرزی ... ۱۳

۲۰ صفحه ۳۸ · فعالیت — علامت نسبت‌های مثلثاتی در ربع‌ها ... ۱۳

۲۱ صفحه ۳۹ · فعالیت — یافتن نقطه و نسبت‌ها از روی یک نسبت ... ۱۴

۲۲ صفحه ۴۰ · فعالیت — شیب خط و تانژانت ۱۵

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۳ صفحه ۴۰ · کار در کلاس — شیب خط و زاویه ۱۵

۲۴ صفحه ۴۰ · تمرین — ناحیهٔ زاویه‌ها ۱۶

۲۵ صفحه ۴۱ · تمرین — یافتن سایر نسبت‌ها ۱۶

۲۶ صفحه ۴۱ · تمرین — تانژانت و سینوس هم‌علامت ۱۶

۲۷ صفحه ۴۱ · تمرین — حدود زاویه از روی علامت ۱۷

۲۸ صفحه ۴۱ · تمرین — حاصل‌ضرب سینوس و کسینوس مثبت ... ۱۷

۲۹ صفحه ۴۱ · تمرین — مقایسهٔ تانژانت و کتانژانت ۱۷

۳۰ صفحه ۴۱ · تمرین — مقایسهٔ سینوس و کسینوس ۱۷

۳۱ صفحه ۴۱ · تمرین — معادلهٔ خط با زاویهٔ ۴۵° ۱۸

۳۲ صفحه ۴۱ · تمرین — معادلهٔ خط l از روی شکل ۱۸

۳۳ صفحه ۴۲ · فعالیت — مثلث ۳-۴-۵ و رابطهٔ $\sin^2+\cos^2=1$ ... ۱۸

۳۴ صفحه ۴۳ · کار در کلاس — بیان سینوس و کسینوس با رابطهٔ اصلی ... ۱۹

۳۵ صفحه ۴۳ · کار در کلاس — تانژانت برحسب کسینوس و کتانژانت برحسب سینوس ... ۱۹

۳۶ صفحه ۴۳ · کار در کلاس — مقدارهای tan و cot از روی $\tan\alpha$ ... ۱۹

۳۷ صفحه ۴۴ · کار در کلاس — اثبات اتحادهای مثلثاتی ۲۰

۳۸ صفحه ۴۴ · کار در کلاس — تشخیص اتحاد ۲۰

۳۹ صفحه ۴۴ · کار در کلاس — ساختن اتحاد با ضرب ۲۰

۴۰ صفحه ۴۵ · تمرین — نسبت‌های α در ربع دوم با $\cos = -۳/۵$ ... ۲۱

۴۱ صفحه ۴۵ · تمرین — نسبت‌ها در ربع چهارم با $\tan = -۳/۴$ ... ۲۱

۴۲ صفحه ۴۵ · تمرین — نسبت‌های ۱۳۵° ۲۱

۴۳ صفحه ۴۵ · تمرین — نسبت‌های ۲۴۰° ۲۱

۴۴ صفحه ۴۵ · تمرین — عرض رودخانه ۲۱

۴۵ صفحه ۴۶ · تمرین — بررسی تساوی‌های مثلثاتی ۲۲

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱ صفحه ۳۰ کار در کلاس

۱ در مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ ABC و $\hat{A} = \hat{A}' = ۹۰^\circ$، A'B'C' و $\hat{C} = \hat{C}'$. جاهای خالی را کامل کنید.

۲ از تساوی AB/A'B' = AC/A'C' (چرا؟)، می‌توان نتیجه گرفت AB/AC = A'B'/A'C'. با توجه به این نکته، جاهای خالی را کامل کنید.

قسمت ۱: دو مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC و A'B'C دو زاویهٔ برابر دارند ($\hat{A} = \hat{A}' = ۹۰^\circ$ و $\hat{C} = \hat{C}'$)؛ پس طبق حالت «دو زاویه» متشابه‌اند: ABC ~ A'B'C. در دو مثلث متشابه نسبت اضلاع متناظر برابر است، بنابراین:

= =

قسمت ۲: از تساوی = با «ضرب طرفین در وسطین» (یعنی AB × A'C' = AC × A'B) و تقسیم دو طرف بر AC × A'C') نتیجه می‌شود = . به همین ترتیب:

= و =

یعنی نسبت هر دو ضلع از مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC با نسبت دو ضلع نظیر در A'B'C برابر است؛ نتیجه: اگر یک زاویهٔ حادهٔ دو مثلث قائم‌الزاویه برابر باشد، نسبت‌های AB/BC، AB/AC و AC/BC در هر دو مثلث یکسان است.

۲ صفحه ۳۰ فعالیت

۱ در شکل سمت راست، درستی تساوی AE/AB = EF/BC را بررسی کنید.

۲ نقطهٔ دیگری مثل M را در امتداد AC در نظر بگیرید و از آن نقطه، عمودی بر ضلع دیگر زاویهٔ A رسم کنید و پای عمود را N بنامید. اکنون جاهای خالی را کامل کنید: BC/AB = ... = ...

قسمت ۱: در شکل، BC و EF هر دو بر ضلع AB عمودند (مثلث‌های AEF و ABC هر دو قائم‌الزاویه‌اند و زاویهٔ A بین آن‌ها مشترک است). پس دو زاویه برابر است و AEF ~ ABC. از تشابه نتیجه می‌شود:

= = ؛ پس تساوی خواسته‌شده درست است.

قسمت ۲: مثلث AMN نیز قائم‌الزاویه (زاویهٔ N قائمه) و دارای زاویهٔ مشترک A است، پس با ABC متشابه است و نسبت ضلع مقابل به مجاور زاویهٔ A در هر سه مثلث یکی است:

= =

این نسبت ثابت است و فقط به اندازهٔ زاویهٔ A بستگی دارد (همان تانژانت زاویهٔ A).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۳ صفحه ۳۱ فعالیت

۱ در هر یک از شکل‌های زیر، جاهای خالی را کامل کنید. tan F = ...، cot M = MN/NO = ...، tan A = BC/AB = ... = cot F ،... = tan M = ...، cot A = ... = ...

طبق تعریف، tan = (ضلع مقابل) ÷ (ضلع مجاور) و cot = (ضلع مجاور) ÷ (ضلع مقابل). با اندازه‌های روی شکل (مثلث ABC قائم‌الزاویه در B با AB = ۴ و BC = ۳ و AC = ۵؛ مثلث MNO قائم‌الزاویه در N با MN = ۲ و NO = ۲/۵):

- tan A = BC/AB = و cot A = AB/BC =
- cot M = MN/NO = = و tan M = NO/MN = =
- برای مثلث EFG نیز به همین ترتیب: tan F = (ضلع مقابل زاویهٔ F) ÷ (ضلع مجاور زاویهٔ F) و cot F = معکوس آن؛ اندازه‌ها را از روی شکل جای‌گذاری کنید.

توجه: tan A و cot A معکوس یکدیگرند (tan A × cot A = ۱).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴ صفحه ۳۱ فعالیت

۲ مثلث متساوی‌الاضلاع ABC با اضلاعی به طول ۲ واحد را در نظر بگیرید.

الف) محل برخورد نیمساز زاویهٔ A با پاره‌خط BC را M بنامید. با توجه به خواص مثلث متساوی‌الساقین، AM ..... ضلع BC است. بنابراین BM = MC = ...

ب) با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس، طول AM و حاصل کسرهای زیر را به‌دست آورید. tan 30° = BM/AM = ... ، tan 60° = AM/BM = ...

پ) با استفاده از یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین، تانژانت و کتانژانت زاویهٔ ۴۵° را پیدا کنید.

الف) در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز زاویهٔ رأس، هم ارتفاع است و هم میانه؛ پس AM بر ضلع BC **عمود** و **عمودمنصف** آن است. بنابراین BM = MC = ۱.

ب) در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABM داریم AB = ۲ و BM = ۱، پس و . زاویهٔ B برابر ۶۰° و زاویهٔ BAM برابر ۳۰° است. پس:

tan 60° = = = ، tan 30° = = =

پ) مربعی به ضلع ۱ را با قطرش نصف کنید؛ مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقینی با دو ضلع قائمهٔ ۱ و ۱ و وتر به‌دست می‌آید که زاویه‌های حادهٔ آن ۴۵° است. پس:

$\tan 45^\circ = \frac{\text{۱}}{\text{۱}} = \text{۱}$ و $\cot 45^\circ = \frac{\text{۱}}{\text{۱}} = \text{۱}$

۵ صفحه ۳۲ **کار در کلاس**

با پیدا کردن نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های ۳۰°، ۴۵° و ۶۰° به کمک شکل فعالیت قبل، جدول زیر را کامل کنید (در صورت لزوم، کسرها را گویا کنید).

از مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲ (AB = ۲، BM = ۱ ، AM = $\sqrt{\text{۳}}$) و مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین (اضلاع ۱، ۱ و $\sqrt{\text{۲}}$) به‌دست می‌آید:

مقدار	۳۰°	۴۵°	۶۰°
sin A			
cos A			
tan A		۱	
cot A		۱	

مثلاً $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{\text{۲}}}{\text{۲}}$ و $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{\text{۳}}}{\text{۳}}$ (پس از گویا کردن مخرج).

۶ صفحه ۳۳ **فعالیت**

۱ یک زاویهٔ ۵۰° رسم کنید. با تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه و اندازه‌گیری طول‌های موردنظر با یک خط‌کش مدرج، نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ ۵۰° را به‌صورت تقریبی حساب کنید. سپس با ماشین حساب، مقادیر واقعی را به‌دست آورید و با مقادیر قبل مقایسه کنید.

۲ می‌خواهیم مساحت مثلث ABC در شکل زیر را پیدا کنیم. می‌دانیم مساحت مثلث ABC = ½ × قاعده × ارتفاع.

الف) با توجه به اینکه $\sin 50^\circ \cong$ ۰/۷۶، داریم: $\sin 50^\circ = AH$/وتر = ... ⇒ AH ≅ .....

ب) با توجه به قسمت (الف) داریم: مساحت مثلث ABC = ½ × AH × BC ≅ ½ × ..... × ..... ≅ .....

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۳ در هر مثلث، با معلوم بودن مقادیر طول دو ضلع مثلث و اندازهٔ زاویهٔ بین آن‌ها نشان دهید: مساحت ABC = ½ × AB × BC × sin B.

۱) پاسخ نمونه: زاویهٔ ۵۰° رسم می‌کنیم و روی یک ضلع آن نقطه‌ای به فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متر از رأس می‌گیریم و از آن عمودی بر ضلع دیگر می‌کشیم. با خط‌کش اندازه می‌گیریم: ضلع مجاور ≅ ۶/۴ cm، ضلع مقابل ≅ ۷/۷ cm، وتر = ۱۰ cm. پس تقریباً:

نسبت	از اندازه‌گیری (تقریبی)	ماشین حساب
sin 50°	۷/۷ ÷ ۱۰ ≅ ۰/۷۷	۰/۷۶۶
cos 50°	۶/۴ ÷ ۱۰ ≅ ۰/۶۴	۰/۶۴۳
tan 50°	۷/۷ ÷ ۶/۴ ≅ ۱/۲۰	۱/۱۹۲
cot 50°	۶/۴ ÷ ۷/۷ ≅ ۰/۸۳	۰/۸۳۹

مقدارهای اندازه‌گیری‌شده به مقدارهای واقعی بسیار نزدیک‌اند و اختلاف آن‌ها به خاطر خطای اندازه‌گیری است. (اندازه‌های دانش‌آموز ممکن است کمی متفاوت باشد.)

۲) در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH، AB = ۶ متر وتر است (BC = ۸ متر قاعده و زاویهٔ B برابر ۵۰° است).

الف) متر.

ب) متر مربع.

۳) در مثلث ABC ارتفاع AH را بر ضلع BC رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH داریم ، پس AH = AB × sin B. مساحت:

اگر زاویهٔ B باز باشد، پای ارتفاع بیرون مثلث می‌افتد، ولی چون sin B = sin(۱۸۰° − B) است، همین رابطه برقرار می‌ماند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۷ صفحه ۳۴ کار در کلاس

۱ در راهپیمایی ۲۲ بهمن، یک بالن اطلاع‌رسانی توسط دو طناب به زمین بسته شده است. طول یکی از طناب‌ها ۳۰ متر است. می‌خواهیم طول طناب دوم را پیدا کنیم.

الف) ابتدا اندازهٔ زاویهٔ B را به‌دست آورید. سپس ارتفاع وارد بر ضلع AC را رسم کنید و آن را BH بنامید.

ب) طول BH را با استفاده از سینوس زاویهٔ A به‌دست آورید.

پ) اکنون با استفاده از سینوس زاویهٔ ۶۵°، طول طناب دوم را پیدا کنید. (sin 65° ≅ ۰/۹)

طبق شکل، در مثلث ABC زاویهٔ A برابر ۶۰°، زاویهٔ C برابر ۶۵° و AB = ۳۰ متر است (طناب دوم BC است).

الف) مجموع زاویه‌های مثلث ۱۸۰° است، پس $\hat{B} = 180^\circ - 60^\circ - 65^\circ = 55^\circ$. ارتفاع BH را از B بر AC فرود می‌آوریم.

ب) در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH: متر.

پ) در مثلث قائم‌الزاویهٔ BHC: متر.

پس طول طناب دوم حدود **۲۸/۹ متر** است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۸ صفحه ۳۴ **کار در کلاس**

۲ مطابق شکل مقابل، نردبانی به طول ۸ متر در زیر پنجرهٔ ساختمانی قرار گرفته است. اگر زاویهٔ نردبان با سطح زمین $\theta = 30^\circ$ باشد، ارتفاع پنجره تا زمین را محاسبه کنید. فاصلهٔ پای نردبان تا ساختمان چقدر است؟

$\sin\theta = BC/8 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2BC = \ldots\ldots \Rightarrow BC = \ldots\ldots$ ؛ اکنون به کمک رابطهٔ فیثاغورس داریم: $AB^2 = AC^2 - BC^2$

$\ldots\ldots = \ldots\ldots - \ldots\ldots = \ldots\ldots \Rightarrow AB = \ldots\ldots$

نردبان $AC = 8$ و وتر مثلث قائم‌الزاویه است و BC (ارتفاع پنجره از زمین) ضلع مقابل زاویهٔ θ است:

پس ارتفاع پنجره تا زمین **۴ متر** است. حال با فیثاغورس:

فاصلهٔ پای نردبان تا ساختمان برابر $\cong$ **۶/۹۳ متر** است.

---

۹ صفحه ۳۴ **تمرین**

۱ علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایهٔ آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی ۱/۵ متر و طول سایهٔ او در همان لحظه ۰/۵ متر است. ارتفاع درخت چقدر است؟

در یک لحظه، پرتوهای خورشید با زمین زاویهٔ یکسانی می‌سازند (زاویهٔ α). پس تانژانت این زاویه برای علی و درخت برابر است:

ارتفاع درخت **۹ متر** است.

---

۱۰ صفحه ۳۵ **تمرین**

۲ مساحت شش‌ضلعی منتظم زیر را به‌دست آورید. (ضلع شش‌ضلعی ۳ سانتی‌متر است.)

مرکز شش‌ضلعی را به رئوس وصل می‌کنیم؛ شش مثلث هم‌نهشت به دست می‌آید. زاویهٔ هر مثلث در مرکز و دو ضلع کناری برابر شعاع هستند، پس مثلث‌ها متساوی‌الاضلاع به ضلع ۳ هستند.

سانتی‌متر مربع.

۱۱ صفحه ۳۵ تمرین

۳ یک هواپیما در ارتفاع ۲ کیلومتری از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویهٔ هواپیما با افق حدود ۱۳° باشد، هواپیما در چه فاصله‌ای از نقطهٔ A فرود می‌آید؟ (tan ۱۳° ≅ ۰/۲۳)

در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که ارتفاع (۲ کیلومتر) ضلع مقابل زاویهٔ ۱۳° و فاصلهٔ افقی تا محل فرود ضلع مجاور آن است:

هواپیما در فاصلهٔ افقی حدود **۸/۷ کیلومتر** از نقطهٔ A (محل فرود) فرود می‌آید.

۱۲ صفحه ۳۵ تمرین

۴ فرض کنید sin ۷۵° ≅ ۰/۹۶. مساحت مثلث ABC در شکل زیر را به‌دست آورید. (دو ضلع ۵ و ۳ سانتی‌متر با زاویهٔ ۷۵° بین آن‌ها)

طبق رابطهٔ مساحت (فعالیت صفحهٔ ۳۳):

مساحت مثلث حدود **۷/۲ سانتی‌متر مربع** است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۳ صفحه ۳۵ تمرین

۵ مساحت مثلث ABC را پیدا کنید. (مثلثی با دو ضلع برابر ۳ سانتی‌متر و دو زاویهٔ ۳۰° مطابق شکل)

دو زاویهٔ ۳۰° زاویه‌های مجاور قاعده‌اند، پس دو ضلع برابر ۳ سانتی‌متر است که زاویهٔ بین آن‌ها می‌باشد. با sin ۱۲۰° = sin ۶۰° = :

مساحت مثلث حدود **۳/۹ سانتی‌متر مربع** است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۴ صفحه ۳۶ فعالیت

۱ هر یک از زاویه‌های زیر را روی دایره‌های مثلثاتی داده‌شده، نشان دهید.

قرارداد: زاویهٔ مثبت را از نیم‌محور مثبت xها **خلاف جهت عقربه‌های ساعت** و زاویهٔ منفی را **در جهت عقربه‌های ساعت** می‌شماریم؛ ضلع انتهایی، نیم‌خطی است که از مبدأ می‌گذرد و دایره را در نقطهٔ P قطع می‌کند.

زاویه	نحوهٔ رسم	انتهای کمان
۱۳۵°	۹۰° + ۴۵° خلاف عقربه‌ها	ربع دوم
۲۲۵°	۱۸۰° + ۴۵° خلاف عقربه‌ها	ربع سوم
−۳۰°	۳۰° در جهت عقربه‌ها	ربع چهارم
−۲۱۰°	۲۱۰° در جهت عقربه‌ها (هم‌انتهای ۱۵۰°)	ربع دوم
−۲۷۰°	۲۷۰° در جهت عقربه‌ها (هم‌انتهای ۹۰°)	روی نیم‌محور مثبت y

اندازهٔ زاویه‌های دقیق در شکل کتاب مشخص‌شده است؛ برای هر زاویهٔ دیگر هم با همین روش عمل کنید.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۵ صفحه ۳۶ فعالیت

۲ فرض کنید P(x, y) نقطه‌ای دلخواه روی دایرهٔ مثلثاتی روبه‌رو باشد و θ زاویه‌ای است که نیم‌خط OP با محور Ox می‌سازد. از نقطهٔ P خطی بر محور Ox عمود می‌کنیم و محل برخورد را Q می‌نامیم.

الف) در مثلث OPQ، نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ θ را به‌دست آورید. cos θ = ... و sin θ = ... و tan θ = ...

ب) با توجه به قسمت (الف) می‌توان دید فاصلهٔ نقطهٔ Q تا مبدأ با ..... برابر است و فاصلهٔ P تا پای عمود، یعنی نقطهٔ Q با ..... برابر است.

الف) در مثلث قائم‌الزاویهٔ OPQ وتر OP برابر شعاع، یعنی ۱ است؛ OQ = x و PQ = y. پس:

‘ ‘

ب) فاصلهٔ نقطهٔ Q تا مبدأ (OQ) با **cos θ** (همان x) برابر است و فاصلهٔ P تا پای عمود (PQ) با **sin θ** (همان y) برابر است.

(در حالت کلی، مختصات نقطهٔ P برابر (cos θ, sin θ) است؛ برای همین محور xها را محور کسینوس‌ها و محور yها را محور سینوس‌ها می‌نامیم.)

irantooshe.ir

۱۶ صفحه ۳۷ کار در کلاس

۱ مشخص کنید انتهای کمان مربوط به هر یک از زاویه‌های زیر در کدام‌یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد؟

الف) -۹۵° ب) -۳۰° پ) ۶۵° ت) ۱۸۲°

- الف) -۹۵° در جهت عقربه‌ها است؛ -۹۵° هم‌انتهای ۲۶۵° است، پس در **ربع سوم** قرار دارد.
- ب) -۳۰° هم‌انتهای ۳۳۰° است، پس در **ربع چهارم** قرار دارد.
- پ) ۶۵° بین ۰° و ۹۰° است، پس در **ربع اول** قرار دارد.
- ت) ۱۸۲° بین ۱۸۰° و ۲۷۰° است، پس در **ربع سوم** قرار دارد.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۷ صفحه ۳۷ کار در کلاس

۲ با توجه به آنچه در فعالیت قبل به‌دست آوردید، توضیح دهید که اگر انتهای کمان مربوط به زاویه‌ای در ربع اول باشد (زاویه در ربع اول باشد)، آنگاه چرا نسبت‌های مثلثاتی آن زاویه، همگی مثبت‌اند؟

اگر $P(x, y)$ انتهای کمان در ربع اول باشد، هر دو مختصات مثبت‌اند: $x > ۰$ و $y > ۰$. چون $\cos\theta = x$ و $\sin\theta = y$، پس سینوس و کسینوس مثبت‌اند. تانژانت و کتانژانت نیز خارج‌قسمت دو عدد مثبت‌اند:

،

پس همهٔ نسبت‌های مثلثاتی در ربع اول مثبت‌اند.

۱۸ صفحه ۳۸ فعالیت

۱ در دایرهٔ مثلثاتی روبه‌رو اگر $\theta = ۹۰^\circ$، نسبت‌های مثلثاتی θ را پیدا کنید.

۲ اگر $\theta = ۱۸۰^\circ$، نسبت‌های مثلثاتی θ را پیدا کنید.

۳ اگر $\theta = ۲۷۰^\circ$، نسبت‌های مثلثاتی θ را پیدا کنید.

هرگاه ضلع انتهایی زاویه بر محورها منطبق باشد، P همان نقطهٔ $C(-۱, ۰)$، $B(۰, ۱)$ یا $D(۰, -۱)$ است و $\cos\theta = x$، $\sin\theta = y$.

۱. $\theta = ۹۰^\circ: P = B(۰, ۱) \Rightarrow \sin ۹۰^\circ = ۱$، $\cos ۹۰^\circ = ۰$، $\tan ۹۰^\circ = y/x = ۱/۰$ **تعریف نشده**، $\cot ۹۰^\circ = x/y = ۰/۱ = ۰$.

۲. $\theta = ۱۸۰^\circ: P = C(-۱, ۰) \Rightarrow \sin ۱۸۰^\circ = ۰$، $\cos ۱۸۰^\circ = -۱$، $\tan ۱۸۰^\circ = ۰/(-۱) = ۰$، $\cot ۱۸۰^\circ = (-۱)/۰$ **تعریف نشده**.

۳. $\theta = 270^\circ: P = D(0, -1) \Rightarrow \sin 270^\circ = -1 ،\ \cos 270^\circ = 0 ،\ \tan 270^\circ = (-1)/0$ **تعریف نشده** ، $\cot 270^\circ$ $= 0/(-1) = 0$.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۱۹ صفحه ۳۸ **کار در کلاس**

با توجه به نتایج بالا جدول زیر را کامل کنید (زاویه‌های ۰°، ۹۰°، ۱۸۰°، ۲۷۰° و ۳۶۰°).

مقدار	۰°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
$\sin\theta$	۰	۱	۰	۱-	۰
$\cos\theta$	۱	۰	۱-	۰	۱
$\tan\theta$	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰
$\cot\theta$	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده

(۳۶۰° هم‌انتهای ۰° است، پس نسبت‌هایش با ۰° برابر است. هرجا مخرج کسر صفر شود، نسبت تعریف نشده است.)

۲۰ صفحه ۳۸ **فعالیت**

۱ فرض کنید θ زاویه‌ای در ربع سوم دایرهٔ مثلثاتی باشد. با توجه به اینکه $\sin\theta = y$ و $\cos\theta = x$ و در ربع سوم $x, y < 0$، علامت هر یک از نسبت‌های مثلثاتی θ را در ربع سوم مشخص کنید.
۲ فرض کنید α زاویه‌ای در ربع دوم دایرهٔ مثلثاتی باشد. فعالیت قبل را برای α نیز تکرار کنید.
۳ جدول زیر را کامل کنید.

۱) در ربع سوم $x < 0$ و $y < 0$ است. پس $\tan\theta = y/x > 0$ ، $\cos\theta = x < 0$ ، $\sin\theta = y < 0$ (منفی بر منفی) ، $\cot\theta = x/y > 0$.

۲) در ربع دوم $x < 0$ و $y > 0$ است. پس $\cot\alpha = x/y < 0$ ، $\tan\alpha = y/x < 0$ ، $\cos\alpha = x < 0$ ، $\sin\alpha = y > 0$.

۳) جدول کامل‌شده:

مقدار	$0 < \alpha < 90^\circ$ (ربع اول)	$90 < \alpha < 180^\circ$ (ربع دوم)	$180 < \alpha < 270^\circ$ (ربع سوم)	$270 < \alpha < 360^\circ$ (ربع چهارم)
$\sin\theta$	+	+	−	−
$\cos\theta$	+	−	−	+
$\tan\theta$	+	−	+	−
$\cot\theta$	+	−	+	−

نکته: برای هر زاویه θ داریم $-1 \le \sin\theta \le 1$ و $-1 \le \cos\theta \le 1$ است، چون مختصات هر نقطه از دایرهٔ واحد بین -1 و 1 است.

۲۱ صفحه ۳۹ **فعالیت**

۱ فرض کنید نقطهٔ P روی دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد به‌طوری که $\cos\theta = -\sqrt{2}/2$. می‌دانیم θ در ربع سوم مثلثاتی قرار دارد، بنابراین $\sin\theta = y = \dots\dots$

الف) مختصات نقطهٔ P را به‌دست آورید.

ب) سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ θ را به‌دست آورید.

۲ اگر $\cos\alpha = -2/5$ ، آنگاه در مورد ناحیه‌ای که α در آن قرار می‌گیرد، بحث کنید.

۳ زاویه‌ای مثال بزنید که سینوس آن منفی و کسینوس آن مثبت باشد.

۱ – الف) $P(x, y)$ روی دایرهٔ واحد است، پس $x^2 + y^2 = 1$. با $x = \cos\theta$:

θ در ربع سوم است و در این ربع $y < 0$؛ پس $\sin\theta = y$ و $P = .$

ب) $(\theta = 225^\circ$ و $)$.

۲) چون $\cos\alpha = x < 0$ است، نقطهٔ انتهای کمان در سمت چپ محور yها است؛ یعنی α در **ربع دوم یا ربع سوم** قرار دارد. برای تعیین دقیق‌تر، علامت $\sin\alpha$ (یا $\tan\alpha$) لازم است: اگر $\sin\alpha > 0$ ربع دوم و اگر $\sin\alpha < 0$ ربع سوم.

۳) باید $y < 0$ و $x > 0$ باشد؛ یعنی ربع چهارم. مثال: $\theta = -30^\circ$ (یا 330°) که $\sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2} < 0$ و $\cos(-30^\circ) = > 0$ است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۲ صفحه ۴۰ **فعالیت**

نمودار خط $y = 2x - 4$ در شکل روبه‌رو رسم شده است. دو نقطهٔ B و C روی این خط را در نظر بگیرید و خطی از آن‌ها به محور xها عمود کنید. پای عمودها را به ترتیب، E و F بنامید.

الف) تانژانت زاویهٔ α را به‌دست آورید.

ب) شیب این خط را پیدا کنید. شیب خط = تفاضل عرض‌ها ÷ تفاضل طول‌ها = ...

پ) از مقایسهٔ قسمت (الف) و (ب) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ توضیح دهید.

خط محور xها را در $A(2, 0)$ قطع می‌کند ($2x - 4 = 0$). برای نمونه $B(3, 2)$ و $C(4, 4)$ را روی خط می‌گیریم؛ پس $E(3, 0)$ و $F(4, 0)$ است.

الف) و .

ب) (با ضریب x در معادلهٔ $y = 2x - 4$ نیز یکی است).

پ) $\tan \alpha$ و شیب خط هر دو برابر ۲ شد؛ یعنی شیب خط برابر تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد. دلیل: همان نسبت ضلع مقابل به مجاور در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABE است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۳ صفحه ۴۰ **کار در کلاس**

۱ مراحل فعالیت بالا را برای خط‌های زیر تکرار کنید. الف) $2y - 3x = 5$ ب) $x + y = 2$

۲ معادلهٔ خطی را بنویسید که زاویهٔ آن با جهت مثبت محور xها 30° است و از نقطهٔ $(1, 0)$ می‌گذرد.

۱ - الف) . محل برخورد با محور x: ، پس $A(-5/3, 0)$. دو نقطهٔ نمونه $B(-1, 1)$ و $C(1, 4)$ با پای عمودهای $E(-1, 0)$ و $F(1, 0)$:

، ؛ هر دو برابرند ($\alpha \cong 56/3^\circ$).

ب) ؛ شیب = -1. خط محور xها را در $A(2, 0)$ قطع می‌کند و زاویهٔ آن با جهت مثبت محور xها باز است ($\alpha = 135^\circ$). زاویهٔ حادهٔ مثلث قائم‌الزاویه (O، A و نقطهٔ $B(0, 2)$) برابر 45° است و $\tan 45^\circ = 1$؛ ولی $\alpha = 180^\circ - 45^\circ$ پس که برابر شیب خط است.

۲) شیب خط است و از $(1, 0)$ می‌گذرد، پس:

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۴ صفحه ۴۰ تمرین

۱ هر یک از زاویه‌های زیر را روی دایرهٔ مثلثاتی رسم کنید، سپس مشخص کنید در کدام یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد. الف) ۱۸۵° ب) +۲۷۰° پ) ۲۲۵° ت) −۱۳۵°

- الف) ۱۸۵° بین ۱۸۰° و ۲۷۰° است: **ربع سوم**.
- ب) ۲۷۰° زاویهٔ مرزی است و روی نیم‌محور منفی y است؛ در هیچ ناحیه‌ای نیست.
- پ) ۲۲۵° بین ۱۸۰° و ۲۷۰° است: **ربع سوم**.
- ت) −۱۳۵° (۱۳۵° در جهت عقربه‌ها) هم‌انتهای ۲۲۵° است: **ربع سوم**.

رسم: هر زاویه را از نیم‌محور مثبت xها اندازه می‌گیریم (مثبت: خلاف عقربه‌ها، منفی: هم‌جهت عقربه‌ها) و نیم‌خط انتهایی را رسم می‌کنیم.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۵ صفحه ۴۱ تمرین

۲ در هر یک از موارد زیر، نسبت مثلثاتی زاویه‌ای داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی را به‌دست آورید.

الف) $\cos\alpha = ۳/۷$ (α در ربع چهارم)

ب) $\sin\beta = -۱/۲$ (β در ربع سوم)

الف) ؛ در ربع چهارم $\sin\alpha$ منفی است:

‘‘

ب) ؛ در ربع سوم $\cos\beta$ منفی است:

‘‘

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۶ صفحه ۴۱ تمرین

۳ اگر $\tan\theta$ و $\sin\theta$ هم‌علامت باشند، آنگاه θ در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟

چون $\tan\theta = \sin\theta / \cos\theta$ است، $\tan\theta$ و $\sin\theta$ فقط وقتی هم‌علامت‌اند که $\cos\theta > ۰$ باشد. کسینوس در ربع‌های **اول و چهارم** مثبت است. پس θ در ربع اول یا ربع چهارم قرار دارد (در ربع اول هر دو مثبت و در ربع چهارم هر دو منفی‌اند).

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۷ صفحه ۴۱ تمرین

۴ حدود زاویهٔ θ را در هر یک از حالات زیر مشخص کنید. الف) $\cos\theta < 0$, $\sin\theta > 0$ ب) $\cos\theta < 0$, $\sin\theta < 0$

الف) $x < 0$ و $y > 0$: ربع سوم، یعنی $180^\circ < \theta < 270^\circ$ (به‌اضافهٔ مضرب‌های 360°).

ب) $x > 0$ و $y < 0$: ربع دوم، یعنی $90^\circ < \theta < 180^\circ$ (به‌اضافهٔ مضرب‌های 360°).

۲۸ صفحه ۴۱ تمرین

۵ اگر $\sin\alpha \times \cos\alpha > 0$، آنگاه α در کدام یک از نواحی چهارگانه می‌تواند قرار بگیرد؟ چرا؟

حاصل‌ضرب دو عدد مثبت است اگر هر دو هم‌علامت باشند: یا هر دو مثبت (ربع اول) یا هر دو منفی (ربع سوم). پس α می‌تواند در **ربع اول یا ربع سوم** باشد. در ربع دوم و چهارم علامت‌ها مخالف‌اند و حاصل‌ضرب منفی می‌شود.

۲۹ صفحه ۴۱ تمرین

۶ زاویه‌ای مثل α پیدا کنید به‌طوری‌که $\tan\alpha < \cot\alpha$. اکنون زاویه‌ای مثل β پیدا کنید، به‌طوری‌که $\tan\beta > \cot\beta$. از این تمرین چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$\alpha = 30^\circ$:.

$\beta = 60^\circ$:.

نتیجه: tan و cot هیچ‌کدام همواره از دیگری بزرگ‌تر نیستند؛ مقایسهٔ آن‌ها به زاویه بستگی دارد. (مثلاً در ربع اول برای زاویه‌های کوچک‌تر از 45° کتانژانت بزرگ‌تر و برای زاویه‌های بین 45° و 90° تانژانت بزرگ‌تر است و در 45° برابرند.)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۰ صفحه ۴۱ تمرین

۷ در تمرین ۶ به‌جای تانژانت و کتانژانت به ترتیب سینوس و کسینوس قرار دهید و در مورد آن بحث کنید.

یعنی زاویه‌ای مثل α با $\sin\alpha > \cos\alpha$ و زاویه‌ای مثل β با $\cos\beta > \sin\beta$:

$\alpha = 60^\circ$ ؛ $\beta = 30^\circ$:.

نتیجه مانند تمرین قبل است: هیچ‌کدام از سینوس و کسینوس همواره بزرگ‌تر از دیگری نیست و مقایسهٔ آن‌ها به زاویه بستگی دارد (در ربع اول، برای زاویه‌های کمتر از ۴۵° کسینوس و برای زاویه‌های بین ۴۵° و ۹۰° سینوس بزرگ‌تر است و در ۴۵° برابرند).

۳۱ صفحه ۴۱ تمرین

۸ معادلهٔ خطی را بنویسید که زاویهٔ آن با جهت مثبت محور xها ۴۵° است و نقطهٔ (۰, ۲) روی آن قرار دارد.

شیب = $\tan 45^\circ = 1$ و عرض از مبدأ برابر ۲ است (نقطهٔ (۰, ۲) روی محور yها است)، پس:

۳۲ صفحه ۴۱ تمرین

۹ با توجه به شکل زیر، معادلهٔ خط l را به‌دست آورید. (زاویهٔ خط با جهت مثبت محور xها ۱۲۰° و عدد −۳ روی محور yها)

شیب خط: . خط محور yها را در نقطهٔ (۰, −۳) قطع می‌کند، پس:

(اگر عدد −۳ محل برخورد با محور xها باشد، معادله می‌شود.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۳ صفحه ۴۲ فعالیت

مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC را در نظر بگیرید ($BC = 3$ ، $AB = 4$ و $AC = x$ ؛ زاویه‌های θ و α).

الف) اندازهٔ وتر یعنی x را بیابید و سپس مقدار عددی هر یک از چهار نسبت مثلثاتی را برای زاویهٔ θ و α به‌دست آورید.

ب) با توجه به مقادیر عددی حاصل در قسمت (الف)، مقدار $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ و $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$ را به‌دست آورید.

پ) درستی رابطهٔ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ را با استفاده از تعریف و اضلاع مثلث بررسی کنید.

ت) مشابه قسمت (پ) درستی رابطهٔ $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ را بررسی کنید.

الف) . θ زاویهٔ رأس A (روبه‌رو به $BC = 3$) و α زاویهٔ رأس C است:

	sin	cos	tan	cot
θ				
α				

ب) و

پ) (طبق رابطهٔ فیثاغورس $BC^2 + AB^2 = AC^2$).

ت) .

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۳۴ صفحه ۴۳ | کار در کلاس

با توجه به رابطهٔ بالا، یعنی $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = ۱$، جاهای خالی را پر کنید:

الف) $\sin\alpha$ ⇒ ..... ⇒ $\sin^2\alpha = ۱ - \cos^2\alpha$ = ± √.....

ب) $\cos\alpha$ ⇒ ..... ⇒ $\cos^2\alpha = ۱ - \sin^2\alpha$ = ± √.....

الف)

ب)

علامت (+ یا −) با توجه به ربعی که α در آن قرار دارد تعیین می‌شود.

---

۳۵ صفحه ۴۳ | کار در کلاس

رابطه‌های تانژانت برحسب کسینوس و کتانژانت برحسب سینوس: در این قسمت رابطه‌ای برای تانژانت بر حسب کسینوس یک زاویه و همچنین رابطه‌ای برای کتانژانت بر حسب سینوس به‌دست می‌آوریم. $\sin^2\alpha +$ $\cos^2\alpha = ۱$. و $(\sin^2\alpha)/(\cos^2\alpha) + ۱ = ۱/(\cos^2\alpha)$ ⇒ $(\sin^2\alpha)/(\cos^2\alpha) + ۱ = ۱/(\cos^2\alpha)$ $(\cos\alpha \neq ۰)$ $\tan^2\alpha + ۱ = ۱/(\cos^2\alpha)$ ⇒ ..... = ... $(\sin^2\alpha)/۱$ = ... ⇒ ..... $(\sin\alpha \neq ۰)$.

با تقسیم دو طرف $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = ۱$ بر $\sin^2\alpha$ $(\sin\alpha \neq ۰)$:

و با تقسیم بر $\cos^2\alpha$: .

---

۳۶ صفحه ۴۳ | کار در کلاس

۳ اگر $\tan\alpha = -۳/۴$ و $۹۰^\circ < \alpha < ۱۸۰^\circ$ ، آنگاه سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویهٔ α را به‌دست آورید.

α در ربع دوم است ($\cos\alpha < ۰$ و $\sin\alpha > ۰$). از رابطهٔ :

،

بررسی: .

۳۷ صفحه ۴۴ کار در کلاس

۱ با فرض بامعنی بودن هر کسر، درستی هر یک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید:

الف) $\sin^4\theta - \cos^4\theta = \sin^2\theta - \cos^2\theta$

ب) $\cos\alpha + \cot\alpha = (\tan\alpha + \cos\alpha)/\sin\alpha$ /۱

الف) = طرف راست ✓

ب) از طرف راست شروع می‌کنیم:

= طرف چپ ✓

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۸ صفحه ۴۴ کار در کلاس

۲ کدام‌یک از تساوی‌های زیر یک اتحاد است؟ چرا؟

الف) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha = ۱ - ۲\sin\alpha\cos\alpha$

ب) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha = ۱ - ۲\sin^2\alpha\cos^2\alpha$

از $(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)$۱ $= ^2$ ۱ داریم $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha + ۲\sin^2\alpha\cos^2\alpha = ۱$، پس:

بنابراین **(ب) یک اتحاد است**.

(الف) اتحاد نیست؛ برای نمونه $\alpha = ۴۵^\circ$: طرف چپ = + = ولی طرف راست = ۱ − ۲ × × = ۰ است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳۹ صفحه ۴۴ کار در کلاس

۳ با ضرب کردن طرفین اتحاد مثلثاتی $\tan^2\alpha = ۱/\cos^2\alpha + ۱$ در $\cot^2\alpha$ یک اتحاد مثلثاتی بسازید؛ سپس درستی آن را اثبات کنید.

طرفین را در $\cot^2\alpha$ ضرب می‌کنیم؛ چون $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = ۱$:

اثبات: ؛ و . پس هر دو طرف برابر است و اتحاد درست است (همان اتحاد $\cot^2\alpha = ۱/\sin^2\alpha + ۱$).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۰ صفحه ۴۵ تمرین

۱ فرض کنید α زاویه‌ای در ناحیهٔ دوم مثلثاتی باشد و $\cos \alpha = -۳/۵$. نسبت‌های دیگر مثلثاتی زاویهٔ α را به‌دست آورید.

(در ربع دوم سینوس مثبت است).

،

۴۱ صفحه ۴۵ تمرین

۲ اگر $\tan \alpha = -۳/۴$ و α زاویه‌ای در ناحیهٔ چهارم مثلثاتی باشد، نسبت‌های دیگر مثلثاتی زاویهٔ α را به‌دست آورید.

(ربع چهارم: کسینوس مثبت).

،

۴۲ صفحه ۴۵ تمرین

۳ اگر $\sin ۱۳۵^\circ = \sqrt{۲}/۲$ ، آنگاه نسبت‌های دیگر مثلثاتی زاویهٔ ۱۳۵° را به‌دست آورید.

۱۳۵° در ربع دوم است و کسینوس منفی است:

،

۴۳ صفحه ۴۵ تمرین

۴ اگر $\tan ۲۴۰^\circ = \sqrt{۳}$ ، آنگاه نسبت‌های دیگر مثلثاتی زاویهٔ ۲۴۰° را به‌دست آورید.

۲۴۰° در ربع سوم است و sin و cos منفی‌اند:

،

۴۴ صفحه ۴۵ تمرین

۵ شخصی می‌خواهد عرض یک رودخانه را اندازه‌گیری کند. او ابتدا مطابق شکل، نقطه‌ای چون C و سپس نقطه‌ای مانند A را در امتداد C و در طرف دیگر رودخانه مشخص می‌کند و به اندازهٔ ۲۰۰ متر از C به‌صورت افقی در امتداد رودخانه حرکت می‌کند تا به نقطهٔ B برسد. اگر زاویهٔ دید این شخص (از نقطهٔ B به نقطهٔ A) $\theta = ۲۰^\circ$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

باشد و $\sin ۲۰^\circ \cong ۰/۳۴$، او چگونه می‌تواند عرض رودخانه را محاسبه کند؟ (پاسخ خود را تا دو رقم اعشار برحسب متر بنویسید.)

AC عرض رودخانه است و در مثلث ABC زاویهٔ C قائمه، $BC = ۲۰۰$ و زاویهٔ B برابر ۲۰° است. عرض $AC = BC \times \tan ۲۰^\circ$. ابتدا cos و سپس tan را از sin می‌یابیم (۲۰° حاده است):

عرض رودخانه حدود **۷۲/۳۱ متر** است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴۵ صفحه ۴۶ تمرین

۶ با فرض بامعنی بودن هر کسر، درستی هر یک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

الف) $\frac{\cos\theta}{۱-\sin\theta} = \frac{۱+\sin\theta}{\cos\theta}$

ب) $\tan\theta = \frac{۱}{\cos\theta} \times \frac{\sin\theta}{۱}$

پ) $\frac{۱}{\cos x - \tan x} = \frac{\cos x}{۱+\sin x}$

ت) $\tan\alpha = \frac{۱+\cot\alpha}{\tan\alpha + ۱}$

ث) $\frac{۱}{۱+\sin x} = \frac{۲}{\cos^۲ x} + \frac{\sin x - ۱}{۱}$

الف) طرفین–وسطین: که درست است؛ یا: ✓

ب) ✓

پ) ✓

ت) ✓

ث) ✓

همهٔ تساوی‌ها اتحاد هستند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir